

KOEFISIEN MAXWELL PERSAMAAN UMUM INDUKTANSI, KAPASITANSI UNTUK MENENTUKAN NILAI INDUKTANSI, KAPASITANSI SALURAN TEGANGAN EKSTRA TINGGI TERTRANSPOSE DAN TIDAK TERTRANSPOSE.

Oleh :

Arlewes Gultom

Dosen Teknik Elektro Universitas Tama Jagakarsa Jl. Letjen TB Simatupang N0. 152, Jakarta Selatan 12530

ABSTRAK

Maxwell mendapati bahwa Induktansi Saluran Konduktor Bersama dari konduktor tunggal yang terletak di atas bidang tanah dalam ekspresi induktansi $L = 0,2 \ln (2H/r)$, faktor $P = \ln (2H / r)$ disebut Koefisien Maxwell. Ketika beberapa konduktor ada di atas tanah pada ketinggian yang berbeda masing-masing dengan arusnya sendiri, sistem konduktor n dapat diasumsikan terdiri dari konduktor aktual di udara dan gambar bayangan sistem konduktornya berada di **sebelah tanah**, membawa arus yang sama tetapi dalam arah yang berlawanan yang terlindungi oleh permukaan bidang tanah sebagai garis fluks.

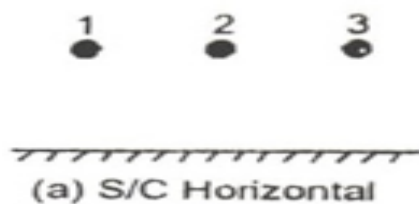
Abstract

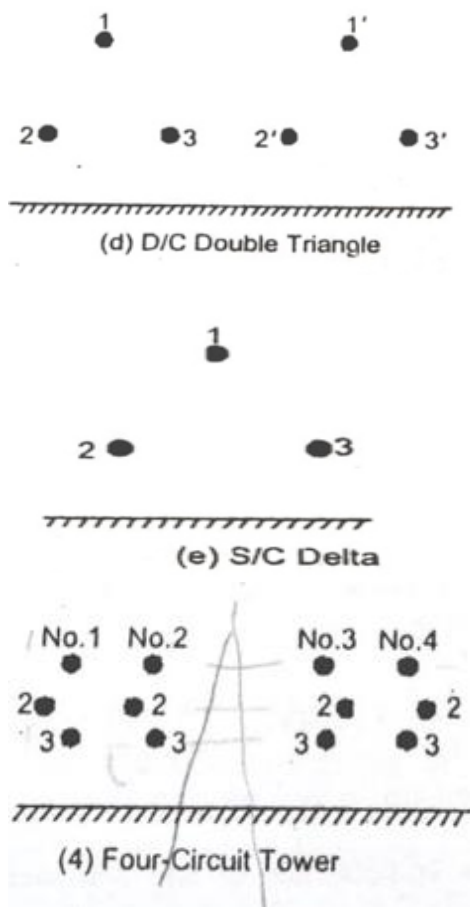
In the expression for the inductance $L = 0,2 \ln (2H/r)$ of a single conductor located above a ground plane, the factor $P = \ln (2H/r)$ is called Maxwell's Coefficient. When several conductors are present above a ground at different heights each with its own current, the system of n -conductors can be assumed to consist of the actual conductors in air and their images below ground carrying equal currents but in the opposite direction which will preserve the ground plane as a flux line.

Keyword : Koefisien Maxwell, Persamaan Umum Induktansi & Kapasitansi, Kawat Transmisi Tertranspose dan Tidak Tertranspose.

1. Hukum Kelistrikan tentang Induktansi dan Kapasitansi oleh Maxwell

Gambar dibawah ini menunjukkan beberapa contoh konfigurasi kawat saluran yang digunakan di berbagai belahan dunia.



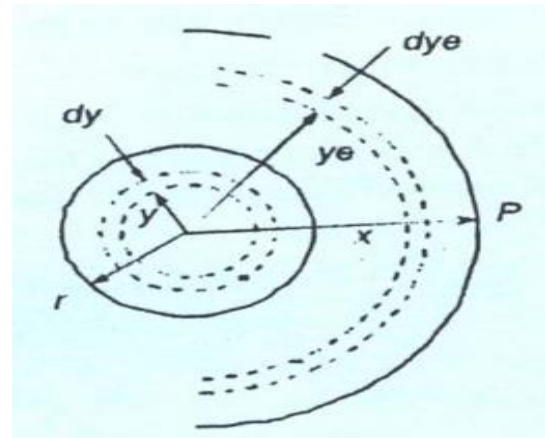


Gambar 1: Contoh konfigurasi kawat saluran yang digunakan di berbagai belahan dunia.

Jalur sirkuit tunggal, *Single Circuit* (S / C) 400 kV hingga jalur 1200 kV. Jalur sirkuit ganda, *Double Circuits* (D / C) tidak terlalu umum, tetapi dapat dipraktekkan untuk menghemat lahan untuk jalur koridor.

1.1 Induktansi dua Konduktor

Akan lebih cepat metode penanganan perhitungan induktansi dua konduktor masing-masing jari-jari luar r dan dipisahkan oleh jarak D yang membentuk dasar untuk perhitungan adalah dengan matriks induktansi konfigurasi multi-konduktor.



Gambar 2. Konduktor bundar arus I .

Pertama-tama kita menyelidiki hubungan fluks yang dialami oleh konduktor bundar arus I karena hingga P dengan jarak x , ke arusnya sendiri, dan kemudian memperpanjangnya menjadi dua konduktor. Konduktor saat ini diasumsikan bulat dan padat, dan arus juga diasumsikan terdistribusi seragam dengan nilai konstan untuk rapat arus $J = \frac{I}{\pi r^2}$.

Ada dua komponen pada hubungan fluks:
 1) fluks internal ke konduktor hingga r ; dan
 2) fluks di luar konduktor dari r hingga x .

1.2 Induktansi karena fluks internal

Pada radius y di dalam konduktor, hukum sirkuit ampere memberikan $\oint H \cdot dl = \text{arus tertutup}$.

Dengan kerapatan arus yang seragam J , arus yang berada dalam radius y adalah $I_y = \frac{y^2 I}{r^2}$. Ini memberikan, $H_y \cdot 2\pi \cdot y = \frac{y^2 I}{r^2}$ atau

$$H_y = \frac{I}{2\pi r^2} \cdot y$$

Sekarang, energi yang disimpan dalam medan magnet per satuan volume adalah

$$W_y = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H_y^2 = \frac{I^2 \mu_0 \mu_r}{8\pi^2 r^4} \cdot y^2 \cdot \frac{\text{Joule}}{m^3}$$

Dengan mempertimbangkan volume annular pada y , ketebalan dy , dan panjang konduktor satu meter. Volumennya adalah $(2\pi y \cdot dy \cdot 1)$ dan energi yang disimpan adalah

$$dW = 2\pi \cdot y \cdot w_y \cdot dy = \frac{I^2 \mu_0 \mu_r}{4\pi r^4} y^3 \cdot dy$$

Akibatnya, energi total yang disimpan hingga radius r dalam konduktor dapat dihitung.

Tetapi ini sama dengan $\frac{1}{2} L_i I^2$, di mana L_i = induktansi konduktor per meter karena hubungan fluks internal

Karena itu,

$$\frac{1}{2} L_i I^2 = \int_0^r dW = \frac{I^2 \mu_0 \mu_r}{4\pi r^4} \int_0^r y^3 \cdot dy = \frac{\mu_0 \mu_r}{16\pi} I^2$$

Karena itu,

$$L_i = \frac{\mu_0 \mu_r}{8\pi}, \frac{\text{Henry}}{\text{meter}}$$

Untuk bahan non-magnetis, $\mu_r = 1$. Dengan

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{\text{meter}}, \text{ kita peroleh hasil}$$

dari ukuran konduktornya, induktansi karena hubungan fluks internal adalah:

$$L_i = 0,005 \mu \frac{\text{Henry}}{\text{meter}} \text{ untuk } \mu_r = 1$$

1.3 Induktansi karena fluks eksternal

Mengacu pada Gambar 2 dan menerapkan hukum sirkuit Ampere di sekitar lingkaran jari-jari sebagaimana kekuatan medan H sama di mana-mana, kekuatan medan magnet adalah sebagai berikut:

$$H_e = \frac{I}{2\pi y_e}, \text{ menghasilkan } B_e = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2\pi y_e}$$

Sejak e.h.v. konduktor saluran selalu berada di udara, $\mu_r = 1$. Dalam jarak diferensial dy_e , fluks magnet adalah $d\phi = B_e \cdot dy_e$ per meter panjang konduktor. Akibatnya, hubungan fluks konduktor karena fluks eksternal hingga jarak x adalah

$$\Psi_e = \int_r^x B_e \cdot dy_e = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} I \cdot \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$\text{Induktansinya adalah } L_e = \frac{\Psi_e}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

Dalam udara dan karena $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$,

$$L_e = 0,2 \ln\left(\frac{x}{r}\right) \mu \frac{H}{m}$$

Untuk konduktor bulat dengan kerapatan arus yang seragam, induktansi gabungan karena hubungan fluks internal dan

eksternal hingga jarak x dari pusat konduktor adalah

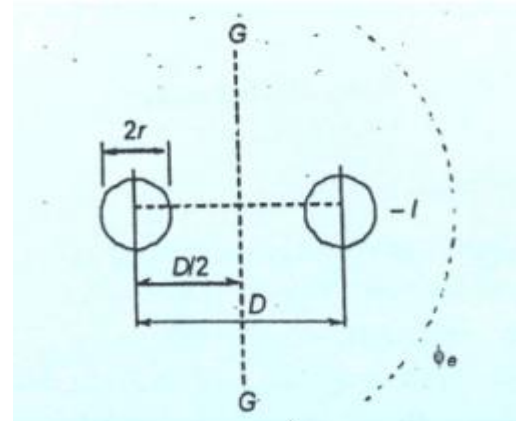
$$L = 0,2 \left\{ 0,25 + \ln\left(\frac{x}{r}\right) \right\} = 0,2 \left\{ \ln 1,284 + \ln\left(\frac{x}{r}\right) \right\}$$

$$L = 0,2 \ln\left(\frac{x}{0,7788 \cdot r}\right), \mu \frac{H}{m} \text{ atau } m \frac{H}{km}$$

Ungkapan ini dapat diartikan seolah-olah jari-jari efektif penghantar menjadi $r_e = 0,7789 \times$ jari-jari sebenarnya. Ditekankan di sini bahwa ini hanya berlaku untuk konduktor bulat padat dengan distribusi kerapatan arus yang seragam di dalamnya. Ini tidak berlaku untuk konduktor pilin dan pada frekuensi daya, produsen konduktor menyediakan data radius efektif yang akan digunakan untuk perhitungan induktansi. Ini dikenal sebagai **Geometric Mean Radius** dan agar diketahui juga membaca katalog detail konduktornya.

Nilai rata-ratanya terletak antara **0,8** dan **0,85** kali jari-jari konduktor.

1.4 Saluran dua konduktor



Kiri (Konduktor 1) Kanan (Konduktor 2)

Gambar 3. Dua konduktor yang masing-masing berjari-jari r , dipisahkan oleh jarak pusat-ke-pusat D , dan membawa arus I dan $-I$.

Disini kita akan mendapatkan **ekspresi** untuk hubungan fluks dan induktansi dengan panjang **1 meter** dari sistem 2-konduktor yang akan memungkinkan untuk memahami kasus konduktor tunggal

yang terletak pada ketinggian $H = \frac{D}{2}$ di atas bidang tanah (G).

Pertama ekspresikan bahwa garis fluks Φ_e mengalir ke luar ke kedua konduktor. Jelas bahwa garis ini menghubungkan arus nol sehingga kekuatan medan magnet adalah nol. Oleh karena itu, semua fluks harus mengalir di antara konduktor dari r ke $(D-r)$. Hubungan fluks konduktor 1 yang ditunjukkan di sebelah kiri memiliki dua bagian:

- 1) Karena arusnya sendiri I , dan
- 2) Karena arus $-I$ konduktor 2.

Sekarang kita mengabaikan hubungan fluks internal, hubungan fluks karena arusnya sendiri tanpa adanya arus pada konduktor 2 hingga jarak (x) adalah

$$\Psi_{11} = \int_r^x d\Psi_{11} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \int_r^x \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \ln \frac{x}{r}$$

sebagai pengaruh arus pada konduktor 2.

Aturan Fleming menunjukkan bahwa fluks searah dengan arus yang dihasilkan oleh arus pada konduktor 1. Keterkaitan fluks pada konduktor 1 akibat arus pada konduktor 2 adalah:

$$\Psi_{12} = \int_{(D-r)}^x d\Psi_{12} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \int_{(D-r)}^x \left\{ \frac{dx}{D-r} \right\} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \ln \frac{D-r}{x}, \quad x \rightarrow \infty$$

Oleh karena itu, hubungan fluks total konduktor 1 karena kedua arus adalah:

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12} = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \ln \frac{x}{r} + \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} I \ln \frac{D-r}{x} \approx \frac{\mu_0\mu_r}{\pi} I \ln \left(\frac{D}{r} \right), \quad (\text{saat } D > r) \dots\dots\dots(1)$$

Garis tengah G-G antara dua konduktor adalah garis fluks pada medan dua arus yang sama tetapi berlawanan. Induktansi salah satu konduktor akibat fluks yang mengalir ke bidang

G-G akan menjadi satu setengah yang diperoleh dari persamaan (1) sbb :(3.23). Ini adalah:

$$L = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r} \right)$$

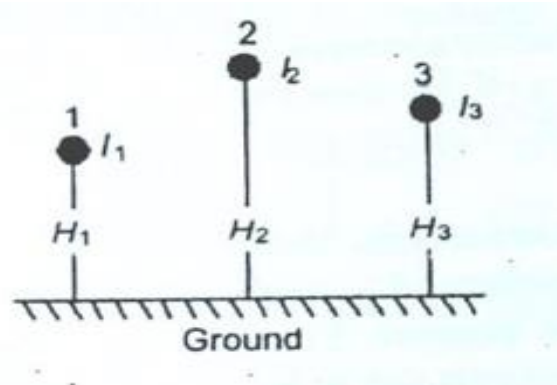
Dengan menggunakan $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, $\mu_r = 1$, dan $D = 2H$, induktansi dari satu konduktor saluran udara di atas bidang tanah dapat dituliskan sebagai:

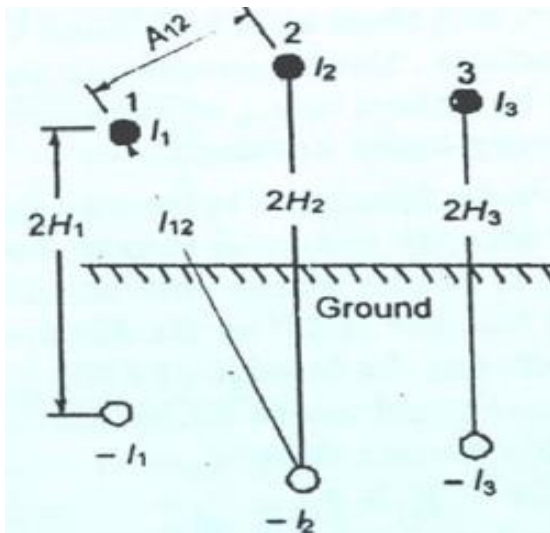
$$L = 0,2 \ln \left(\frac{2H}{r} \right), [\text{mikro Henry/meter}] \text{ atau } [\text{mili Henry/kilo meter}]$$

Untuk ini dapat ditambahkan hubungan fluks internal dan induktansi yang dihasilkan menggunakan radius rata-rata geometris.

2.Induktansi Garis Konduktor Bersama - Koefisien Maxwell

Dalam ekspresi induktansi $L = 0,2 \ln \left(\frac{2H}{r} \right)$) dari konduktor tunggal yang terletak di atas bidang tanah, faktor $P = \ln \left(\frac{2H}{r} \right)$ disebut Koefisien Maxwell. Ketika beberapa konduktor ada di atas tanah pada ketinggian yang berbeda masing-masing dengan arusnya sendiri, sistem konduktor n dapat diasumsikan terdiri dari konduktor aktual di udara dan gambarnya di bawah tanah membawa arus yang sama tetapi dalam arah yang berlawanan yang akan menjaga bidang tanah sebagai garis fluks. Ini ditunjukkan pada gambar berikut :





Gambar 4. Kawat Penghantar udara berupa titik bulat hitam • dan asumsi penghantar bawah tanah berupa titik bulat kosong

Hubungan fluks dari setiap konduktor, katakanlah **1**, terdiri dari **3** bagian dalam saluran 3-fase, karena arusnya sendiri dan kontribusi dari konduktor lain. Hubungan fluks sendiri adalah $\Psi_{11} = (\frac{\mu_0}{2\pi}) I_1 \ln (\frac{2H}{r})$. Kita dapat menggunakan radius rata-rata geometris **r** untuk memperhitungkan hubungan fluks internal sehingga kita tulis, $\Psi_{11} = (\frac{\mu_0}{2\pi}) I_1 \ln (\frac{2H}{D_s})$ di mana **D_s** = jarak-diri atau **GMR**.

Sekarang dengan memperhitungkan arus di konduktor **2** saja dan hubungan fluks konduktor **1** karena ekspresi konduktor **2** yang terletak di bawah tanah. Untuk saat ini kita abaikan keberadaan semua arus lainnya. Kemudian, garis fluks akan menjadi konsentris terhadap konduktor **2** dan hanya jalur di luar jarak udara **A₁₂** dari konduktor **1** ke konduktor **2** yang akan menghubungkan konduktor **1**.

Demikian pula, dengan mempertimbangkan hanya arus **-I₂** pada gambar konduktor **2**; hanya garis fluks yang mengalir di luar jarak **I₁₂** yang akan menghubungkan konduktor **1**. Akibatnya, total hubungan fluks dari konduktor fase 1 karena arus pada fase **2** akan menjadi

$$\Psi_{12} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} [I_2 \int_{A_{12}}^{\infty} \frac{dx}{x} - I_2 \int_{I_{12}}^{\infty} \frac{dx}{x}] = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} I_2 \ln \frac{I_{12}}{A_{12}}$$

Koefisien Maxwell yang saling menguntungkan antara konduktor **1** dan **2** adalah

$$P_{12} = \ln \frac{I_{12}}{A_{12}}$$

Secara umum, terbukti bahwa Koefisien Maxwell timbal balik untuk hubungan fluks konduktor **i** dengan konduktor **j** (dan sebaliknya) dengan **i, j = 1, 2, 3 ... n**, sehingga

$$P_{ij} = \ln(\frac{I_{ij}}{A_{ij}}), i \neq j.$$

Jadi, untuk sistem **n** konduktor (fasa atau kutub) yang ditunjukkan pada gambar 4, matriks hubungan-fluks adalah

$$[\Psi]_n = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} [P]_{nn} [I]_n = [L]_{nn} [I]_n \dots\dots\dots (2)$$

dimana,

$$[\Psi]_n = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n]_t$$

$$[I]_n = [I_1, I_2, \dots, I_n]_t$$

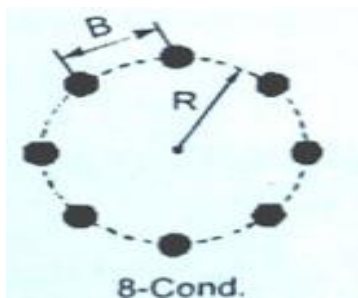
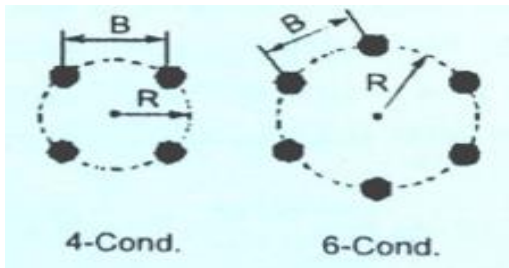
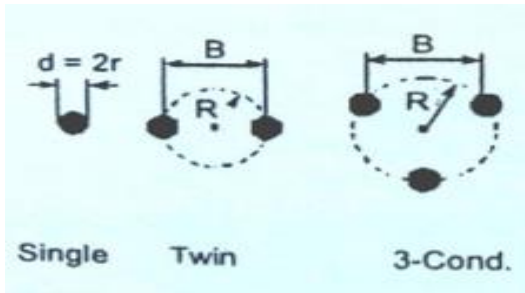
dan elemen dari matriks koefisien Maxwell adalah

$$P_{ii} = \ln (\frac{2H}{r_{eq}}) \text{ dan } P_{ji} = P_{ij} = \ln(\frac{I_{ij}}{A_{ij}}), i \neq j.$$

Elemen diagonal dari matriks induktansi **[L]_{nn}** mewakili induktansi diri, dan elemen off-diagonal mewakili induktansi timbal balik (saling menguntungkan=mutual).

3.Sifat konduktor yang dibundel

Konduktor yang dibundel secara eksklusif digunakan untuk saluran transmisi e.h.v. Hanya satu saluran di dunia, yaitu Administrasi Tenaga Bonneville di AS, yang telah menggunakan konduktor **ACSR** khusus yang diperluas dengan diameter **2,5 inci** untuk saluran **525 kV** mereka. Gambar 3.3 menunjukkan contoh konfigurasi konduktor yang digunakan untuk setiap fase saluran ac atau setiap kutub saluran dc.



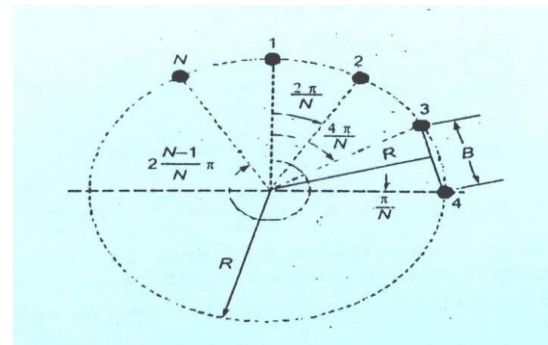
Gambar 5. Konfigurasi konduktor yang digunakan untuk bundel di jalur e.h.v

Sampai saat ini maksimal 18 subkonduktor telah dicoba pada jalur eksperimental tetapi untuk jalur komersial adalah 8 konduktor untuk jalur 1150 – 1200 kV.

4. Jarak Bundel dan Radius Bundel (atau Diameter)

Dalam hampir semua kasus, sub-konduktor bundel terdistribusi secara seragam pada lingkaran berjari-jari R. Ada usulan untuk menempatkannya secara tidak seragam untuk menurunkan kebisingan yang dapat didengar yang dihasilkan oleh konduktor bundel, tetapi kami akan mengembangkan sifat geometris yang relevan dari bundel N-konduktor dengan asumsi jarak seragam sub-konduktor (Gbr 3.4). Dilaporkan juga bahwa tegangan flashover dari celah udara yang panjang meningkat bila jarak yang

tidak seragam untuk subkonduktor digunakan untuk konduktor fase.



Gambar 6. Jarak antara sub-konduktor yang berdekatan disebut 'Bundle Spacing' dan dilambangkan dengan B.

Jari-jari lingkaran pitch di mana sub-konduktor berada akan disebut 'Bundle Radius', dilambangkan sebagai R. Jari-jari setiap sub-konduktor -konduktor adalah r dengan diameter d. Sudut yang diluruskan di pusat oleh subkonduktor yang berdekatan adalah $\frac{2\pi}{N}$ radian, dan dapat dilihat bahwa

$$\frac{B}{2} = R \sin \left(\frac{\pi}{N} \right) \text{ atau } R = \frac{B}{2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{N} \right)} \dots 3$$

Untuk N = 2 sampai 18, berikut di tabel untuk $\left(\frac{R}{B} \right)$ dan $\left(\frac{B}{R} \right)$

| N | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 12 | 18 |
|------------------------------|-----|------------|------------|---|--------|--------|--------|
| $\left(\frac{R}{B} \right)$ | 0,5 | 0,578 | 0,707 | 1 | 1,308 | 1,874 | 2,884 |
| $\left(\frac{B}{R} \right)$ | 2 | $\sqrt{3}$ | $\sqrt{2}$ | 1 | 0,7654 | 0,5344 | 0,3472 |

5. Jari-jari Rata-Rata Geometris Bundel (Radius Ekuivalen = r_{eq})

Kecuali untuk menghitung gradien tegangan permukaan dari muatan masing-masing subkonduktor, untuk sebagian besar perhitungan lainnya, bundel N-subkonduktor dapat diganti dengan konduktor tunggal yang memiliki radius ekuivalen. Ini disebut 'Geometric Mean Radius' atau hanya 'Radius Ekuivalen.' Akan ditunjukkan di bawah bahwa nilainya adalah

$$r_{eq} = (N \cdot r \cdot R^{N-1})^{1/N} R \left(\frac{N \cdot r}{R}\right)^{1/N} \dots 3.12$$

Ini adalah akar ke-N dari hasil kali jari-jari **subkonduktor** r^N , dan jarak subkonduktor ini dari semua konduktor (N-1) lainnya dalam bundel. Persamaan 3.12 diturunkan sebagai berikut;

Mengacu pada Gambar 3.4, hasil kali (n-1) jarak timbal balik adalah

$$(2R \sin \frac{\pi}{N})(2R \sin \frac{2\pi}{N})(2R \sin \frac{3\pi}{N}) \dots (2R \sin \frac{N-1}{N} \pi) = 2R^{N-1} (\sin \frac{\pi}{N})(\sin \frac{2\pi}{N}) \dots (\sin \frac{N-1}{N} \pi)$$

$$r_{eq} = [r \cdot (2R)^{N-1} \sin \frac{\pi}{N} \sin \frac{2\pi}{N} \dots \sin \frac{N-1}{N} \pi]^{1/N}$$

.....3.13

Untuk N=2, $r_{eq} = (2 \cdot r \cdot R)^{1/2}$

Untuk N=3, $r_{eq} = (2^2 \cdot R^2 \cdot r \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{2\pi}{3})^{1/3}$
 $= (3 \cdot r \cdot R^2)^{1/3}$

Untuk N=4, $r_{eq} = (2^3 \cdot R^3 \cdot r \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{2\pi}{4} \cdot \sin \frac{3\pi}{4})^{1/4} = (4 \cdot r \cdot R^3)^{1/4}$

Untuk N=6, $r_{eq} = (2^5 \cdot R^5 \cdot r \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{2\pi}{6} \dots \sin \frac{5\pi}{6})^{1/6} = (6 \cdot r \cdot R^5)^{1/6}$

Demikian selanjutnya untuk N=8,12,dan 18.

Persamaan Umum $r_{eq} = (N \cdot r \cdot R^{N-1})^{1/N}$ jika kita amati bahwa ketika jumlah subkonduktor meningkat, jari-jari ekuivalen bundel mendekati jari-jari bundel.

Rasio $\frac{r_{eq}}{R}$ adalah $(\frac{N \cdot r}{R})^{1/N}$

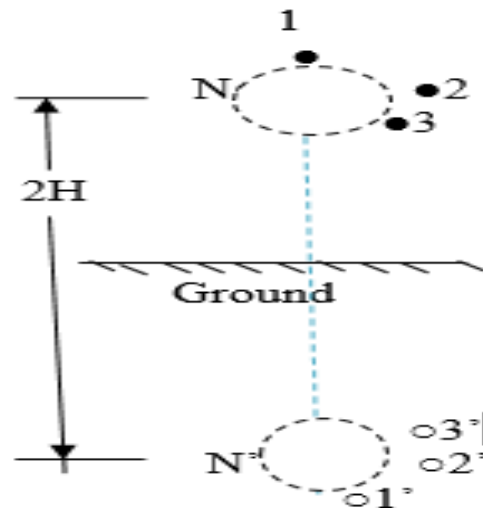
Konsep radius bundel ekuivalen (= Radius Ekuivalen = r_{eq}) akan digunakan untuk perhitungan induktansi, kapasitansi, muatan, dan atau parameter lain kawat transmisi.

6. Bundled Conductor lines: Penggunaan radius ekuivalen, r.eq

Pada bagian ini kita akan menunjukkan bahwa untuk konduktor yang dibundel yang terdiri dari N sub-konduktor, penyebut dalam koefisien Maxwell sendiri harus diambil sebagai r.eq dari persamaan (3.12). Ini dilakukan dengan asumsi dasar berikut:

- (1) Jarak bundel B antara subkonduktor yang berdekatan atau

radius bundel R sangat kecil dibandingkan dengan tinggi H dari konduktor fase di atas tanah. Hal ini memungkinkan penggunaan 2H sebagai jarak antara setiap subkonduktor bundel dan gambar dari semua sub-konduktor (N-1) lainnya di bawah tanah, seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 7. Konduktor yang dibundel yang terdiri dari N sub-konduktor

Artinya bahwa,

$$I_{11}=I_{12}=I_{13}= \dots =I_{1N}=2H$$

- (2) Arus total yang dibawa oleh bundel adalah I dan setiap sub-konduktor adalah $i = \frac{I}{N}$
- (3) Hubungan fluks internal dihilangkan, tetapi dapat dimasukkan jika masalah mengharuskannya.

7. Persamaan Umum Induktansi saluran

Sebagaimana diuraikan bahwa hubungan fluks konduktor 1, yaitu:

$$\Psi_1 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I}{N} \left[\ln \frac{2H}{r} + \ln \frac{2H}{2R \sin \frac{\pi}{N}} + \ln \frac{2H}{2R \sin \frac{2\pi}{N}} + \dots + \ln \frac{2H}{2R \sin \frac{N-1}{N} \pi} \right]$$

$$\Psi_1 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I}{N} \ln \frac{(2H)^N}{r(2R)^{N-1} \sin \frac{\pi}{N} \sin \frac{2\pi}{N} \dots \sin \frac{N-1}{N} \pi}$$

$$\Psi_1 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} I \ln \frac{2H}{r_{eq}}$$

dimana r_{eq} adalah **Persamaan Umum** $r_{eq} = (N \cdot r \cdot R^{N-1})^{1/N}$

Jadi, Induktansi diri dari seluruh bundel adalah

$$L = \frac{\Psi_1}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \left(\frac{2H}{r_{eq}} \right)$$

Sedangkan induktansi masing-masing subkonduktor adalah

$$L_c = \frac{\Psi_1}{i} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} N \cdot \ln \left(\frac{2H}{r_{eq}} \right)$$

Yang juga N kali induktansi bundel karena semua sub-konduktornya paralel.

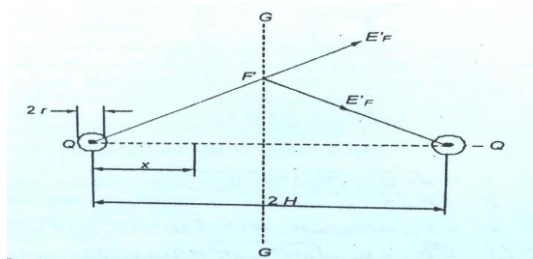
Koefisien Maxwell untuk bundel adalah

$$P_b = \ln \left(\frac{2H}{r_{eq}} \right), \text{ seperti untuk konduktor tunggal dengan radius ekuivalen } r_{eq}.$$

8. Persamaan Umum kapasitansi saluran

Selanjutnya untuk dua konduktor dengan jari-jari yang sama terletak dengan pusatnya $2H$ terpisah, seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah. Muatan pada masing-masing adalah $\frac{Q \text{ coulomb}}{\text{meter}}$ dan dengan polaritas yang berlawanan. Pada muatan uji positif unit yang terletak di titik F pada jarak x dari pusat konduktor di sebelah kiri dengan muatan positif Q , gaya total yang diberikan adalah

$$E_f = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{2H-x} \right] \text{ Newton}$$



Gambar 8. Garis fase tunggal untuk perhitungan kapasitansi

Akibatnya, perbedaan potensial antara kedua konduktor tersebut adalah

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \int_r^{2H-r} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{2H-x} \right] dx = \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H-r}{r}$$

Jika $2H > r$ seperti biasa di e.h.v. garis, $V = \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H-r}{r}$; dan secara simetri, bidang tengah

G-G akan berada pada 0,5 V dan perbedaan tegangan antara konduktor positif dan G-G adalah $V_g = \frac{V}{2}$.

Karena itu,

$$V_g = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln$$

Jarak antara konduktor bermuatan negatif

Jarak antara konduktor bermuatan positif

.....(3)

Karena faktor $\ln \left(\frac{2H}{r} \right)$ mengalikan koefisien muatan $\left(\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \right)$, yang dalam volt, yang juga disebut koefisien Potensial Maxwell.

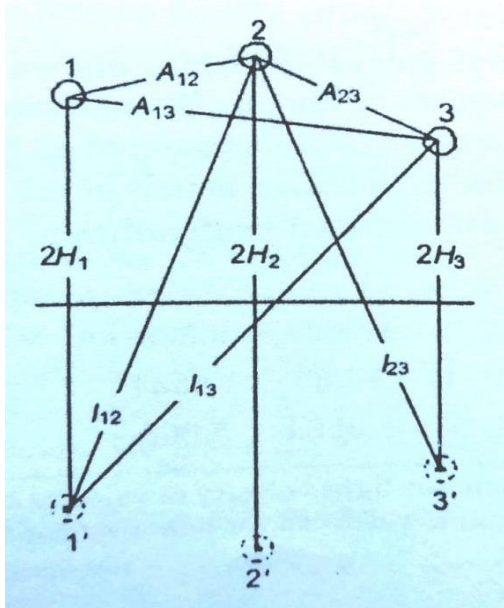
Kita juga menemukan faktor yang sama dalam perhitungan induktansi.

Bidang tengah G-G adalah permukaan ekuipotensial karena gaya listrik di mana-mana tegak lurus terhadapnya seperti yang dapat diamati dari intensitas medan vektor E_f pada titik F', yang komponen-komponennya di sepanjang G-G sama dan berlawanan.

Kembali kita mengamati bahwa ketika bidang tanah G-G dianggap sebagai permukaan ekuipotensial untuk perhitungan kapasitansi, efek dapat dipertimbangkan dengan menggunakan konduktor gambar dengan muatan yang sama dengan muatan pada konduktor udara tetapi polaritas berlawanan. Dari persamaan (3), kita tulis koefisien potensial diri sebagai

$$P_{ii} = \ln \left(\frac{2H}{r} \right)$$

Koefisien potensial timbal balik antara fase ditentukan dengan menempatkan konduktor dan gambarnya dengan muatan yang tepat seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 9. Garis multikonduktor untuk perhitungan koefisien potensial Maxwell

Berikut persamaan (3) potensial konduktor 1 akibat muatan Q2 and -Q2 konduktor 2 dan ekspresinya akan menjadi

$$V_{12} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\text{Jarak antara } -Q_2}{\text{Jarak antara } +Q_2} = \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{l_{12}}{A_{12}} \right) = \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \cdot P_{12}$$

Untuk sistem dengan n konduktor (fase atau kutub) di atas tanah, potensial konduktornya adalah

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H_1}{r} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l_{12}}{A_{12}} + \dots + \frac{Q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l_{1n}}{A_{1n}}$$

$$V_n = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l_{1n}}{A_{1n}} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l_{2n}}{A_{2n}} + \dots + \frac{Q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H_n}{r}$$

Atau dalam bentuk matriks

$$[V]_n = [P]_{nn} \left[\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \right]_n$$

dimana $[V]_n = [V_1, V_2, \dots, V_n]_t$ = potensial terhadap tanah, dan $[Q]_n = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n]_t$ = muatan konduktor. Unsur-unsur dari matriks koefisien potensial adalah

$$P_{ii} = \ln \left(\frac{2H_i}{r} \right), P_{ij} = \ln \left(\frac{l_{ij}}{A_{ij}} \right); i \neq j, i, j$$

= 1, 2, ..., n

Matriks kapasitansi sistem konduktor-n

$$[C]_{nn} = 2\pi\epsilon_0 [P]_{nn}^{-1} = 2\pi\epsilon_0 [M] \dots \dots \dots (4)$$

Kita turunkan **matriks induktansi** untuk sistem konduktor-n

$$[L]_{nn} = \frac{\mu_0}{2\pi} [P]_{nn} \dots \dots \dots (5)$$

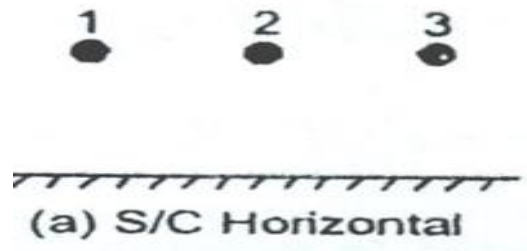
Jika hubungan fluks internal diabaikan maka akan menghasilkan hubungan yang penting

$$[L] [C] = \mu_0 \epsilon_0 [U] = \frac{1}{g^2} [U]$$

Dimana $[U]$ = matriks satuan, dan g = kecepatan cahaya = 3×10^8 km / detik

9.Perhitungan

Kita amati sebuah sistem dari rangkaian tunggal kawat transmisi (**Gambar 1 = gambar (a) diatas S/C Horizontal**) sebagai berikut:



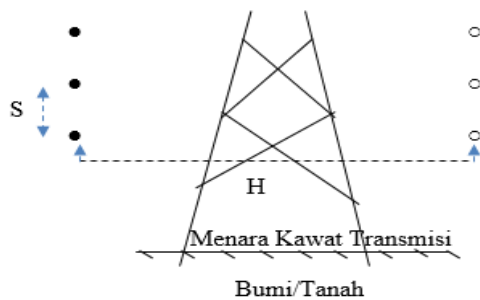
Gambar 10. Sebuah sistem rangkaian tunggal kawat transmisi

Telah dijelaskan bahwa, konsep radius bundel ekuivalen (= Radius Ekuivalen = r_{eq}) akan digunakan untuk perhitungan induktansi, kapasitansi, muatan, dan atau parameter lain kawat transmisi. Dan dalam kasus pembahasan ini kita hanya mengamati seperti gambar berikut untuk perhitungan induktansi dan kapasitansi kawat transmisi tertranspose dan tidak tertranspose.



Gambar 11. Gambar Kawat Transmisi di udara

Gambar ini dapat kita analogikan menjadi sebagai berikut:



Gambar 12.

Analogi kawat transmisi ● dan ○

Sebuah persamaan terbuka yang diberikan untuk analisis jarak antara ● dan ○ adalah Ketinggian $H = 9,5 + 0,35(i)$ dan Spasi $S = 6,5 + 0,35(i)$, i adalah $0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9$ dst. Jika kita pakai nilai sembarang $i=8$, maka $H = 9,5 + 0,35(8) = 12,3$ meter dan $S = 6,5 + 0,35(8) = 9,3$ meter. Diameter kawat Transmisi $2 \times 3,18$ cm dan spasi bundle $B = 45,72$ cm.

Dari sini akan kita peroleh $r_{eq} = \sqrt{r_{eq} B} = \sqrt{(0.0318)(0.4572)} = 0,0747$ meter dan karena koefisien Maxwell untuk bundle spacing $P_{11} = P_{22} = P_{33} = \ln\left(\frac{2H}{r_{eq}}\right) = \ln\left(\frac{2(12.3)}{0.0747}\right) = 5,797$, dan koefisien elemen diagonal matriks diperoleh dari $P_{12} = P_{21} = P_{23} = P_{32} = \ln\left(\frac{\sqrt{4H^2+S^2}}{S}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{4(12.3)^2+(9.3)^2}}{9.3}\right) = 2,8278$ dan $P_{13} = P_{31} = \ln\left(\frac{\sqrt{4H^2+S^2}}{2S}\right) = \frac{\sqrt{4(12.3)^2+(9.3)^2}}{2(9.3)} = 1,4139$

Matriks induktansi per-kilometer untuk konfigurasi kawat transmisi yang tidak tertranspose $[L]_{ut}$, dan tertranspose $[L]_t$:

$$[L]_{ut} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

$$[L]_{ut} = 0,2 \begin{bmatrix} 5.797 & 2.8278 & 1.4139 \\ 2.8278 & 5.797 & 2.8278 \\ 1.4139 & 2.8278 & 5.797 \end{bmatrix}$$

Dengan bantuan matriks laboratorium dapat juga dituliskan sebagai berikut: Sehingga matriks induktansi per-kilometer untuk konfigurasi kawat transmisi tidak tertranspose $[L]_{ut} = 0,2$. $[L]_t$ dimisalkan

nama matriksnya adalah **A** untuk memudahkan penamaan matriks pada matlab sbb:

```
>> A=[1.1594 0.5656 0.2828;0.5656 1.1574
0.5656;0.2828 0.5656 1.1594]
```

A =

| | | |
|--------|--------|--------|
| 1.1594 | 0.5656 | 0.2828 |
| 0.5656 | 1.1574 | 0.5656 |
| 0.2828 | 0.5656 | 1.1594 |

```
>> [V,D]=eig(A)
```

V =

| | | |
|---------|---------|--------|
| -0.4541 | -0.7071 | 0.5420 |
| 0.7666 | 0.0000 | 0.6422 |
| -0.4541 | 0.7071 | 0.5420 |

D =

| | | |
|--------|--------|--------|
| 0.4873 | 0 | 0 |
| 0 | 0.8766 | 0 |
| 0 | 0 | 2.1123 |

Vektor matriks A adalah matriks V dan selanjutnya matriks V ini ditranspose dan menghasilkan matriks B. Vektor matriks A adalah matriks V dan selanjutnya matriks V ini ditranspose dan menghasilkan matriks B

```
>> B=V'
```

B =

| | | |
|---------|--------|---------|
| -0.4541 | 0.7666 | -0.4541 |
| -0.7071 | 0.0000 | 0.7071 |
| 0.5420 | 0.6422 | 0.5420 |

```
>> [V,D]=eig(B)
```

V =

Columns 1 through 2

| | |
|-------------------|-------------------|
| 0.7066 + 0.0000i | 0.7066 + 0.0000i |
| -0.0144 + 0.5858i | -0.0144 - 0.5858i |
| -0.0214 - 0.3960i | -0.0214 + 0.3960i |

```

Column 3
0.0365 + 0.0000i
0.5596 + 0.0000i
0.8279 + 0.0000i

D =
Columns 1 through 2
-0.4560 + 0.8900i    0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i   -0.4560 - 0.8900i
0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i

Column 3
0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i
1.0000 + 0.0000i

Columns 1 through 2
-0.4560 + 0.8900i    0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i   -0.4560 - 0.8900i
0.0000 + 0.0000i    0.0000 + 0.0000i

Column 3
0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i
1.0000 + 0.0000i

>> C=[-0.4541 -0.7071 0.5420;0.7666 0.0000
0.6420;-0.4541 0.7071 0.5420]

C =
-0.4541    -0.7071    0.5420
0.7666         0    0.6420
-0.4541     0.7071    0.5420

>> Ct=C'

Ct =
-0.4541    0.7666   -0.4541
-0.7071         0    0.7071
0.5420    0.6420    0.5420

>> C=(0.0555*10^-9)*C

C =
1.0e-10 *
0.6286   -0.3049   -0.0046
-0.3049    0.7776   -0.3049
-0.0046   -0.3049    0.6286

>> [V,D]=eig(C)

V =
0.5420    0.7071   -0.4541
0.6422   -0.0000    0.7666
0.5420   -0.7071   -0.4541

```

Dari matriks-matriks tidak tertranspose (eigen A) dan tertranspose (eigen B) inilah akan menghasilkan induktansi sendiri L_s (matriks D) dan induktansi mutual L_m (matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah).

Demikian juga untuk Kapasitansi yakni dengan cara inversi matriks-matriks $[V,D] = \text{eig}(A)$ dan $[V,D] = \text{eig}(B)$ sebut saja nama matriks kapasitansi tidak tertranspose adalah C, dan matriks kapasitansi tertranspose adalah D sbb :

```
D =
1.0e-09 *
0.0263 0 0
0 0.0633 0
0 0 0.1139
```

```
>> C=inv(A)
```

```
C =
1.1326 -0.5494 -0.0082
-0.5494 1.4010 -0.5494
-0.0082 -0.5494 1.1326
```

```
>> C=inv(A)
```

```
C =
1.1326 -0.5494 -0.0082
-0.5494 1.4010 -0.5494
-0.0082 -0.5494 1.1326
```

```
D =
1.0e-09 *
0.0263 0 0
0 0.0633 0
0 0 0.1139
```

```
>> C=inv(A)
```

```
C =
1.1326 -0.5494 -0.0082
-0.5494 1.4010 -0.5494
-0.0082 -0.5494 1.1326
```

```
>> [V,D]=eig(V)
```

```
V =
Columns 1 through 2
0.8279 + 0.0000i 0.0214 - 0.3960i
0.5596 + 0.0000i 0.0144 + 0.5858i
0.0365 + 0.0000i -0.7066 + 0.0000i
```

```
Column 3
```

```
0.0214 + 0.3960i
0.0144 - 0.5858i
-0.7066 + 0.0000i
```

```
D =
```

```
Columns 1 through 2
```

```
1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i -0.4560 + 0.8900i
0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i
```

```
Column 3
```

```
0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i
-0.4560 - 0.8900i
```

Dari inversi matriks-matriks tidak tertranspose (eigen A) dan tertranspose (eigen B) inilah akan menghasilkan kapasitansi sendiri C_s (matriks D) dan kapasitansi mutual C_m (matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah).

10.Kesimpulan

Dari hasil perhitungan diperoleh:

Induktansi [mH/km]

Tertranspose

```
-0.4541 0.7666 -0.4541
-0.7071 0.0000 0.7071
0.5420 0.6422 0.5420
```

Tidak tertranspose

```
1.1594 0.5656 0.2828
0.5656 1.1574 0.5656
0.2828 0.5656 1.1594
```

Kapasitansi [nF/km]

Columns 1 through 2

$$\begin{array}{ll} 0.8279 + 0.0000i & 0.0214 - 0.3960i \\ 0.5596 + 0.0000i & 0.0144 + 0.5858i \\ 0.0365 + 0.0000i & -0.7066 + 0.0000i \end{array}$$

Column 3

$$\begin{array}{l} 0.0214 + 0.3960i \\ 0.0144 - 0.5858i \\ -0.7066 + 0.0000i \end{array}$$

D =

Columns 1 through 2

$$\begin{array}{ll} 1.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & -0.4560 + 0.8900i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 0.0000i \end{array}$$

Column 3

$$\begin{array}{l} 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i \\ -0.4560 - 0.8900i \end{array}$$

Nilai parameter induktansi dan kapasitansi kawat transmisi di udara tertranspose dan tidak tertranspose dapat dihitung.

Daftar Pustaka

1. A.S. Pabla, " Sistem Distribusi Daya Listrik ", Penerbit: Erlangga 1986
2. B. M. Weedy, " Sistem Tenaga Listrik ", Aksara Persada Indonesia Edisi ketiga 1988
3. Joseph A. Edminister, " Electromagnetics ", Second Edition
4. Rakosh Das Begamure, " Extra High Voltage AC Transmission Engineering ", 3th Edition